

# 7. PROJEKTOWANIE ŁAŃCUCHA DOSTAW BETONU TOWAROWEGO Z WYKORZYSTANIEM DIAGRAMÓW VORONOI

Edwin Koźniewski<sup>1</sup>, Marcin Orłowski<sup>2</sup>

## 7.1. WSTĘP

Diagramy Voronoi znalazły zastosowanie w bardzo wielu dziedzinach, m.in. w: fotogrametrii przy (semi)automatycznej rekonstrukcji modeli miast (Brenner, 2001; Swift i in., 2003; Laycock i Day, 2003a; Laycock i Day, 2003b; Dikaiaikou i in., 2003), rekonstrukcji układu dróg z obrazów satelitarnych (Akel i in., 2005; Thom, 2005), w kartografii (Haunert i Sester, 2004), analizie morfologii materiałów o strukturze ziarnistej (Bernd, 2000), w medycynie do reprezentacji, rekonstrukcji i wizualizacji organów ludzkich (Barequet i in., 2003), analizie topograficznej terenu, grafice komputerowej w zakresie rozpoznawania i analizy kształtu obiektów (Lawlor, 2004), badaniu geograficznym obszarów szkolnych (Ahmadi, 2006). Pojęcie diagramu Voronoi wprowadza się na bazie odległości w określonej przestrzeni metrycznej (Deza i Deza, 2009). Diagramy Voronoi mogą być stosowane do rozwiązania wielu problemów z zakresu optymalizacji odległości. W niniejszym rozdziale diagramy Voronoi zastosowano w zagadnieniach logistycznych w budownictwie, a dokładniej w projektowaniu łańcucha dostaw betonu towarowego. Obok diagramu Voronoi użytecznym okazało się zastosowanie tzw. koła odległości czasowej, wprowadzonego przez autorów w celu rozwiązania

---

<sup>1</sup>Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Białostocka,  
e-mail: e.kozniewski@pb.edu.pl

<sup>2</sup>Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Białostocka,  
e-mail: m.orlowski@pb.edu.pl

zagadnienia dostaw betonu. W terminologii przestrzeni metrycznej, gdzie odległość mierzy się czasem, jest to kula (w interpretacji płaskiej – koło) o promieniu „czasowym”. Obliczanie czasu trwania transportu betonu wymagało kompilacji, różnych metod, zarówno dokładnych jak i szacunkowych. Te ostatnie, dopuszczalne w wielu badaniach naukowych, wymagały ustaleń eksperckich. Korzystanie z oszacowań ekspertów (sędziów) wiąże się z koniecznością potwierdzenia zgodności opinii ekspertów (sędziów). Stąd zdecydowano się szczegółowo omówić, wykorzystany w tym celu, test zgodności  $W$  Kendall’a (Siegiel i Castellan, 1988; Brzeziński, 2005).

## 7.2. DIAGRAM VORONOI

Przestrzeń metryczną oznaczoną symbolem  $(M, d)$  nazywamy zbiór  $M$ , w którym każdej parze  $a, b$  jego elementów przyporządkowana jest liczba rzeczywista nieujemna  $d(a, b)$  spełniająca następujące warunki:

$$d(a, b) = 0 \Leftrightarrow a = b \quad (\text{aksjomat tożsamości}), \quad (i)$$

$$d(a, b) = d(b, a) \quad (\text{aksjomat symetrii}), \quad (s)$$

$$d(a, b) + d(b, c) \geq d(a, c) \quad (\text{aksjomat trójkąta}). \quad (t)$$

Funkcję  $d(a, b)$  spełniającą warunki (i), (s), (t) nazywamy *metryką (odległością)* przestrzeni  $M$ . W przestrzeni metrycznej definiuje się pojęcie kuli (domkniętej) o środku  $a$  i promieniu  $r$ :

$$B(a, r) = \{x \in M : d(a, x) \leq r\}. \quad (b)$$

Niech  $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  będzie zbiorem wyróżnionych  $n$  punktów przestrzeni metrycznej  $(M, d)$ . Dla każdego z nich określamy *obszar Voronoi*  $VD(a_i)$  zawierający punkty przestrzeni, dla których dany punkt  $a_i$  jest najbliższy spośród punktów z  $S$ , tzn.:

$$VD(a_i) = \{x \in M : \bigvee_{i \neq j, i, j=1, 2, \dots, n} d(a_i, x) \leq d(a_j, x)\}. \quad (vd1)$$

Stąd, dla każdej pary punktów  $(a_i, a_j)$  mamy podział przestrzeni na dwa obszary:

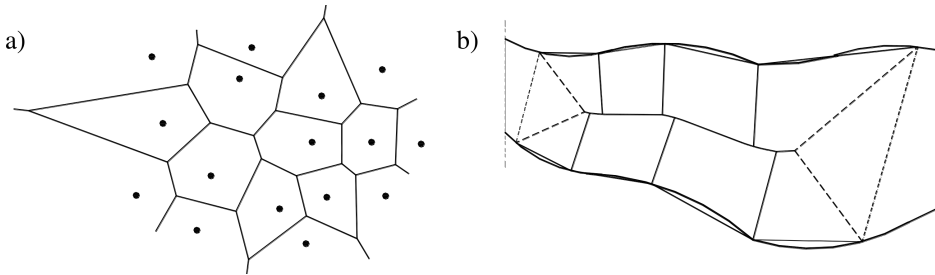
$$V(a_i, a_j) = \{x : d(a_i, x) \leq d(a_j, x)\}, \quad (vd2)$$

$$V(a_j, a_i) = \{x : d(a_j, x) \leq d(a_i, x)\}.$$

Dokładniej, przez obszar Voronoi określony dla punktu  $a_i$  rozumiemy będziemy zbiór (de Berg i in., 2007):

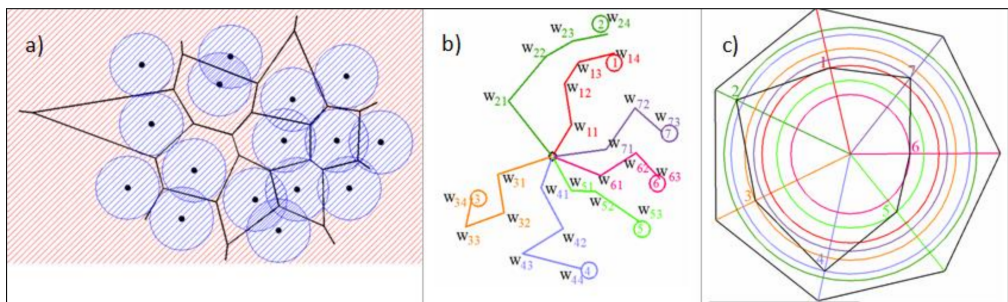
$$VD(a_i) = \bigcap_{i \neq j, j=1, 2, \dots, n} V(a_i, a_j), \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, n. \quad (vd3)$$

Punkty leżące na brzegu obszarów Voronoi tworzą *diagram Voronoi*. W przypadku, gdy  $(M, d)$  jest płaszczyzną euklidesową jako zbiór  $S$  możemy wziąć zbiór boków wielokąta płaskiego, zaś powyższe definicje odnieść do punktów tego wielokąta. Wówczas, otrzymujemy diagram Voronoi dla wielokąta. Elementami granicznymi obszarów Voronoi są, oprócz odcinków, także parabole. Na rysunku 1a zilustrowano zbiór obszarów dla zwykłego diagramu Voronoi na płaszczyźnie euklidesowej (Preparata i Samos, 2003; de Berg i in., 2007) (rys. 1a) oraz diagram Voronoi dla wielokąta wpisanego w krzywą, wyrażający optymalny podział rzeki na obszary. Dekompozycję tę tworzą punkty pozyskiwania kruszywa płukanego położone najbliżej prostoliniowych odcinków brzegu, które aproksymują linię brzegową (Kožniewski, 2006; Kożniewski, 2007) (rys. 1b).



Rys. 1. Przykładowe diagramy Voronoi: a) klasyczny na płaszczyźnie euklidesowej; b) dla odcinków brzegu wielokąta wyrażający optymalny podział odcinka rzeki na obszary pozyskiwania kruszywa płukanego. Źródło: (Kožniewski, 2007).

Transport betonu towarowego wymaga wyjątkowej dyscypliny czasowej. Zatem przy planowaniu transportu mieszanki do miejsca wbudowania powinno się brać pod uwagę nie tyle odległość, co czas. Interesuje nas więc „odległość w cza-



Rys. 2. Diagram Voronoi a koła zasięgu: a) zasięg (suma wszystkich kół zakreślonych kolorem niebieskim) danego zbioru punktów na płaszczyźnie euklidesowej, obszar zaznaczony kolorem czerwonym jest poza zasięgiem zbioru punktów; b) interpretacja grafowa koła zasięgu w postaci drzewa, gdzie długości krawędzi grafu wyrażają odległości wierzchołków 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 [w km] od punktu centralnego; c) na wykresie radarowym (promienie odpowiednich okręgów euklidesowych oznaczają odległości [w km] wierzchołków 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) od punktu centralnego (środku wykresu). Źródło: opracowanie własne.

sie” między miejscem produkcji i miejscem wbudowania, przy uwzględnieniu parametrów uwzględniających sposób transportu (środek transportu, trasa, pora dnia, nośność dróg, ...) (Koźniewski i Orłowski, 2011). Problem ten jest szczególnie istotny w zatłoczonych miastach, gdzie betonowanie często odbywa się późnym wieczorem i w nocy. Dostawa betonu nie musi odbywać się w minimalnym czasie, ale powinna nastąpić w określonym, dopuszczalnym czasie; inaczej przedsięwzięcie nie zostanie zrealizowane. Ważną czynnością pozostaje więc dokładne zbadanie możliwych tras i czasów przejazdu. Mamy tu więc ostatecznie do czynienia z *odległością czasową*. Dla takiej odległości czasowej, poza diagramami Voronoi, wprowadzamy *koła zasięgu* (rys. 2) – formalnie jako kule w przestrzeni metrycznej.

## 7.3. DRZEWO GRAFOWE I WYKRES RADAROWY

### 7.3.1. GRAFY SKIEROWANE Z WAGAMI

*Graf skierowany* składa się ze zbioru wierzchołków  $V = \{v_1, v_2, \dots\}$ , zbioru krawędzi  $E = \{e_1, e_2, \dots\}$  i odwzorowania  $\Psi$ , które przekształca każdą krawędź na pewną uporządkowaną parę wierzchołków  $(v_i, v_j)$  (Deo, 1980). Uporządkowana para, której na rysunku odpowiada krawędź skierowana, może być zaznaczana strzałką.

Jeżeli w grafie skierowanym  $G = (V, E)$  każdej krawędzi  $(u, v)$  przyporządkujemy pewną liczbę rzeczywistą  $w(u, v)$  zwaną *wagą krawędzi* (w niniejszej pracy m.in. właśnie odległość czasowa), to otrzymamy graf skierowany z wagami. W omawianym zagadnieniu funkcja  $w_{p_1, p_2, \dots, p_{l_p}}(u, v)$  będzie zależała od wielu parametrów  $p_1, p_2, \dots, p_{l_p} \in P_1 \times P_2 \times \dots \times P_{l_p}$ , przy czym zbiory  $P_1, P_2, \dots, P_{l_p}$  mogą mieć różny charakter (zbiór środków transportu, klasa tras, określony zbiór przedziałów czasowych dnia, nośności dróg, rodzaj drogi (jednokierunkowa, dwukierunkowa – i in.). Z uwagi na niektóre parametry funkcja  $w_{p_1, p_2, \dots, p_{l_p}}(u, v)$  może być zmienną losową. Optymalizować będziemy długość drogi w sensie teorii grafów (*drogi skierowanej* w grafie  $G = (V, E)$ ), którą określać będziemy jako ciąg wierzchołków  $v_0, v_1, \dots, v_p$  takich, że  $(v_i, v_{i+1}) \in E$ , dla każdego  $i$ , a *długością drogi* ze względu na dany parametr wagi  $p_k$  liczbę  $\sum_{i=1}^k w_{p_1, p_2, \dots, p_{l_p}}(v_{i-1}, v_i)$ .

Problem polegał będzie na znalezieniu najkrótszej drogi  $w_{p_1, p_2, \dots, p_{l_p}}(v^a, v^b)$  między dwoma wyróżnionymi wierzchołkami grafu  $v^a, v^b$ . Głównymi dwiema wagami rozważanymi będą: odległość [km] i czas [min], ale przede wszystkim czas jako „odległość czasowa”. Będzie to więc odległość mierzona według sieci dróg w danym terenie oraz odległość czasowa zależna m.in. od pory dnia. Do rozwiązania problemu znalezienia najmniejszej odległości (od danego wierzchołka grafu, zwykle korzenia drzewa) można posłużyć się metodą Forda-Bellmana dla grafów bez cykli o ujemnej długości oraz metodą Dijkstry dla grafów o nieujemnych wagach.

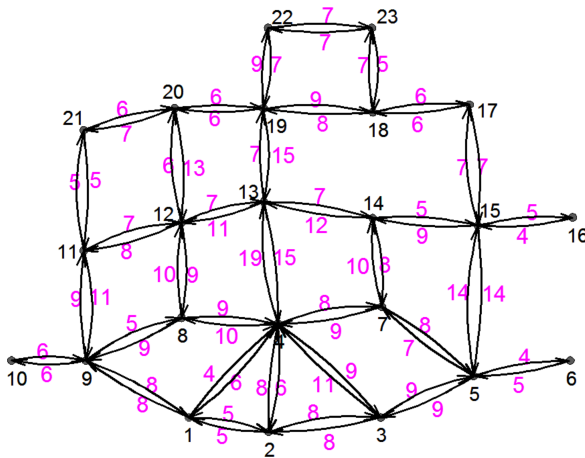


W celu pełnego rozwiązania problemu transportu betonu, z grafem można związać jeszcze inną funkcj  określoną na zbiorze wierzchołków grafu  $z: V \rightarrow R_+ = [0, +\infty)$  określającą zapotrzebowanie poszczególnych budów na mieszank  betonową (w wierzchołkach grafu, gdzie nie ma budów wartośc ta będzie równa zero).

### 7.3.2. GRAFY I KOŁA ZASIĘGU W METRYCE CZASOWEJ

Jak zostało już powiedziane, w rozważaniach dotyczących lokalizacji węzłów produkcji mieszanki betonowej posłużono się *odległością czasową*. W uproszczeniu będziemy mówić o *czasie* potrzebnym na pokonanie określonej odległości. Interpretacja koła (ogólnie kuli w przestrzeni metrycznej) z taką „odległością” została pokazana na rysunku 2 w dwóch ujęciach. Pierwsza w postaci drzewa grafowego, gdzie korzeń rozgałęzienia (Deo, 1980) jest środkiem koła, za  wierzchołki grafu – to wszystkie punkty, których odległośc czasowa od środka jest mniejsza od danej wielkości „promienia czasowego” (rys. 2a). Druga – w postaci, tzw. wykresu radarowego, czyli wielokąta przedstawionego na płaszczyźnie euklidesowej, gdzie odległości wierzchołków wielokąta (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) od punktu centralnego wyrażają odległości [w km] dające się pokonać w czasie o wartości równej „promieniowi czasowemu”. Można powiedzieć, że kołem czasowym jest wtedy wielokąt w przestrzeni euklidesowej.

Fragment interpretacji grafu z wagami przedstawiono na rysunku 3, a w zapisie macierzowym w tabeli 1. Na rysunkach 4 i 5 przedstawiono koła zasięgu czasowego, na rysunku 6 – diagram Voronoi wyznaczony dla trzech wierzchołków grafu opisanego na rysunku 3.

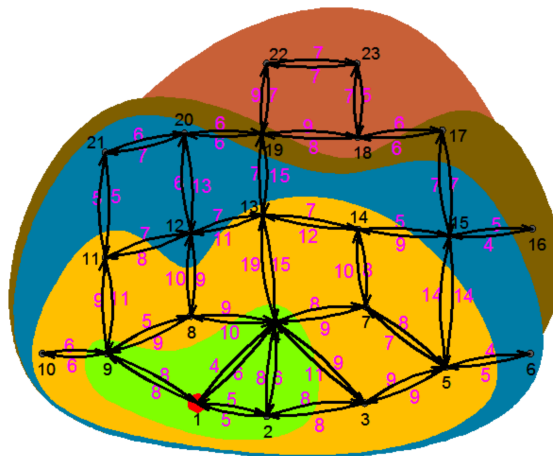


Rys. 3. Przyk d grafu skierowanego z wagami, gdzie wierzchołki ponumerowane są czcionk  koloru czarnego, krawędzie obrazujące wagi – czcionk  koloru fioletowego. Źródło: opracowanie wlasne.

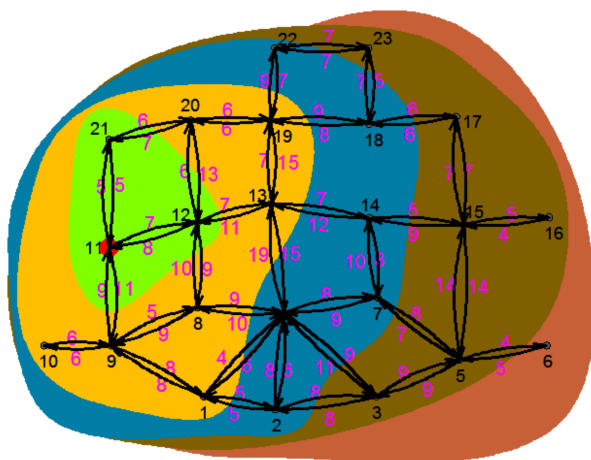
Tabela 1.

Zapis macierzowy grafu skierowanego z wagami z rysunku 3. Źródło: opracowanie własne.

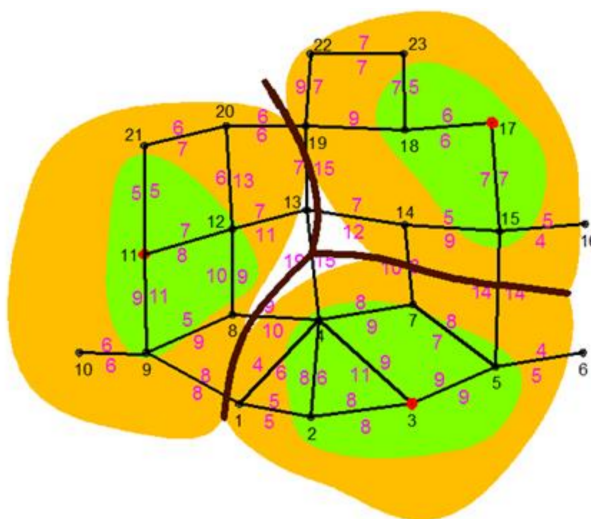
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
1	0	5	4,5						8															
2	5	0	8	7																				
3		8	0	9	9																			
4	6	8	11	0			8	9					15											
5			9		0	5	7								14									
6					4	0																		
7				9	8		0								8									
8				10				0	9			10												
9	8							5	0	6	9													
10									6	0														
11									10		0	7										5		
12								9				8	0	7								13		
13				10									11	0	12					15				
14							6							7	0	9								
15					14									5	0	5	7							
16															4	0								
17															7		0	6						
18																	6	0	9				7	
19													11					9	0	6		9		
20														8					6	0	6			
21																					7	0		
22											5									7			0	7
23																		5				7	0	



Rys. 4. Rys. 4. Przykładowe koła (strefy) zasięgu z punktu nr 1, wyznaczone dla odległości czasowej określonej 5 min (kolor zielony), 20 min (kolor żółty), 30 min (kolor niebieski), 40 min (kolor brązowy), powyżej 40 min (kolor ceglany). Źródło: opracowanie własne.



Rys. 5. Przykładowe koła (strefy) zasięgu z punktu nr 11, wyznaczone dla odległości czasowej określonej 5 min (kolor zielony), 20 min (kolor żółty), 30 min (kolor niebieski), 40 min (kolor brązowy), powyżej 40 min (kolor ceglany). Źródło: opracowanie własne.



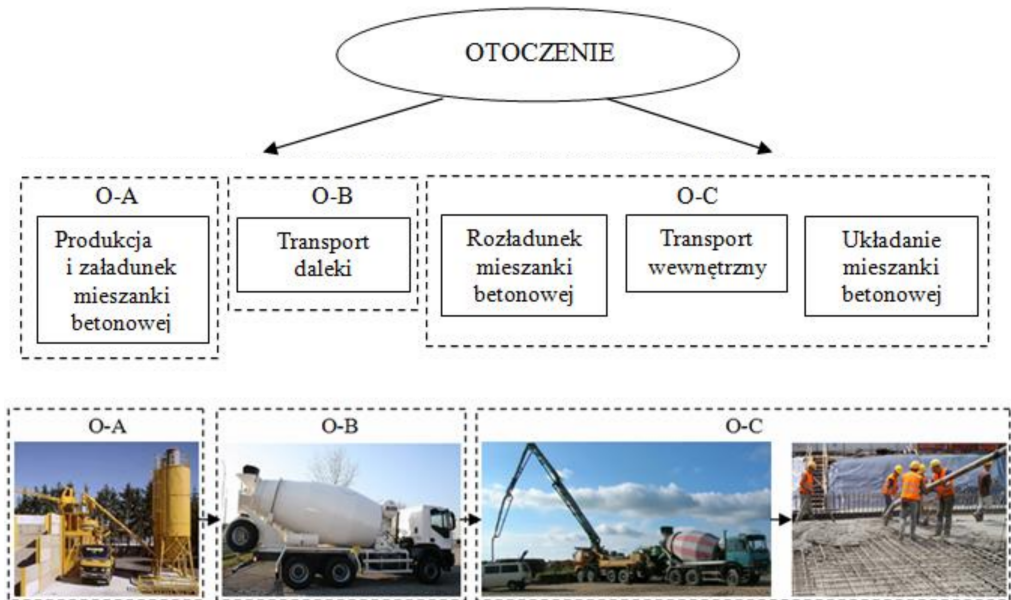
Rys. 6. Diagram Voronoi dla trzech punktów o numerach: 3, 11, 17 zbudowany na grafie z wagami określonym na rysunku 3. Źródło: opracowanie własne.

## 7.4. ŁAŃCUCH DOSTAW BETONU TOWAROWEGO

Łańcuch dostaw betonu towarowego tworzą przedsiębiorstwa uczestniczące w wytwarzaniu betonu towarowego, jego transporcie oraz ułożeniu mieszanki w betonowanym elemencie budowlanym.

Łańcuch dostaw betonu towarowego ma najczęściej strukturę szeregową (rys. 7). Wyróżniamy w nim następujące ogniwa:

- ogniwo O-A przygotowania, wytwarzania i załadunku do betonowozów mieszanki betonowej i związany z nim czas  $t_{zal}$ ,
- ogniwo O-B transportu dalekiego betonu towarowego i związany z nim czas  $t_{trd}$ ,
- ogniwo O-C rozładunku, transportu bliskiego i układania mieszanki betonowej i związany z nim czas  $t_{roz}$ .



Rys. 7. Schemat struktury logistyczno-produkcyjnej robót betonowych.  
Źródło: (Orłowski i Orłowski, 2014).

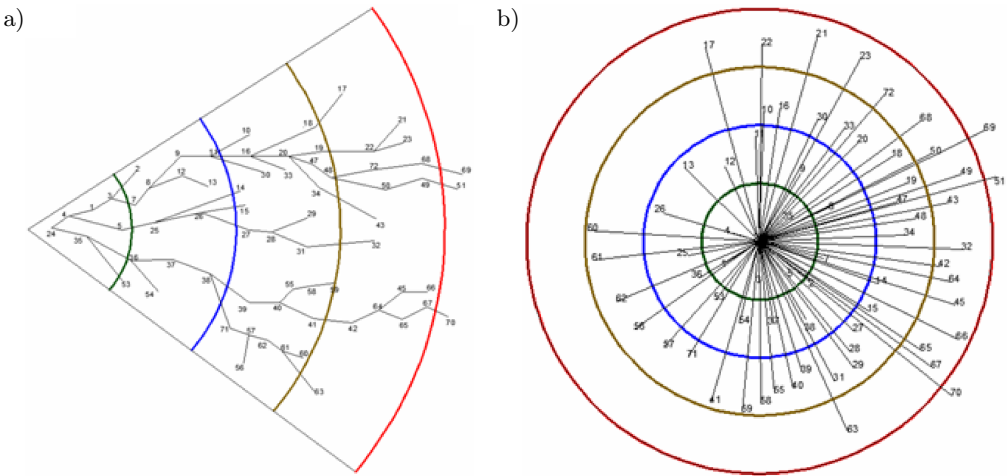
Łańcuch dostaw betonu towarowego powinien spełniać następujące warunki technologiczno-organizacyjne (Orłowski i Orłowski, 2014; Sobotka, 2010): a) dostosowania wydajności poszczególnych ogniw łańcucha dostaw; b) uzyskania wysokiej jakości wykonywanych procesów w poszczególnych ogniwach; c) zapewnienia ciągłości procesu betonowania danego elementu, a zatem zapewnienia warunku ciągłości dostaw betonu towarowego; d) zachowania tzw. „warunku czasowego” (jako szczególnego wymogu technologicznego). Czas jaki upływa od momentu wykonania zarobu mieszanki betonowej do ukończenia układania w betonowanym elemencie nie może przekraczać czasu dopuszczalnego ( $t_{dop}$ ) – czasu wiązania mieszanki betonowej.

#### 7.4.1. DIAGRAMY Z OGRANICZONĄ ODLEGŁOŚCIĄ – STUDIUM PRZYPADKÓW

W projektowaniu łańcucha dostaw betonu towarowego, na obszarze wybranego miasta, zastosowano diagramy Voronoi. W celu rozwiązania zagadnienia dostaw betonu towarowego, obok diagramów Voronoi, użytecznym okazało się, wprowadzone przez autorów, tzw. koło odległości czasowej. Pojęcie koła odległości czasowej podyktowane zostało koniecznością spełnienia warunku:

$$t_{\text{zał}} + t_{\text{trd}} + t_{\text{roz}} \leq t_{\text{dop}}, \quad (1)$$

gdzie  $t_{\text{dop}}$  – czas dopuszczalny,  $t_{\text{zał}}$  – czas załadunku,  $t_{\text{trd}}$  – czas transportu dalekiego,  $t_{\text{roz}}$  – czas rozładunku.



Rys. 8. Strefy zasięgu obsługi betonowni F przy ul. Elewatorskiej w Białymstoku wyznaczone dla grafu złożonego w formie drzewa a), b) radarowej dla czasów transportu: 5 min (kolor zielony), 10 min (kolor niebieski), 15 min (kolor pomarańczowy), 20 min (kolor czerwony), w porze dnia  $9^{00} \div 14^{30}$ . Źródło: opracowanie własne.

Stąd obok obszaru Voronoi pojawia się koło odległości czasowej. Ogranicza ono zasięg czasowy transportu betonu towarowego. Promień tego koła nie może przekroczyć wartości  $t_{\text{dop}}$ . W celu zbudowania modelu i rozwiązania problemu niezbędną czynnością okazało się więc dokładne zbadanie możliwych tras i czasów przejazdu między istniejącymi węzłami produkcji betonu towarowego i potencjalnymi odbiorcami na obszarze rozpatrywanego miasta.

#### 7.4.2. POMIARY CZASU PRZEJAZDU BETONOWOZÓW

Pomiary czasów przejazdów betonowozów zostały wykonane za pomocą dwóch urządzeń typu Holux RCV-3000 GPS Logger (rys. 9). Urządzenie to działa równocześnie jako odbiornik GPS oraz rejestrator trasy.



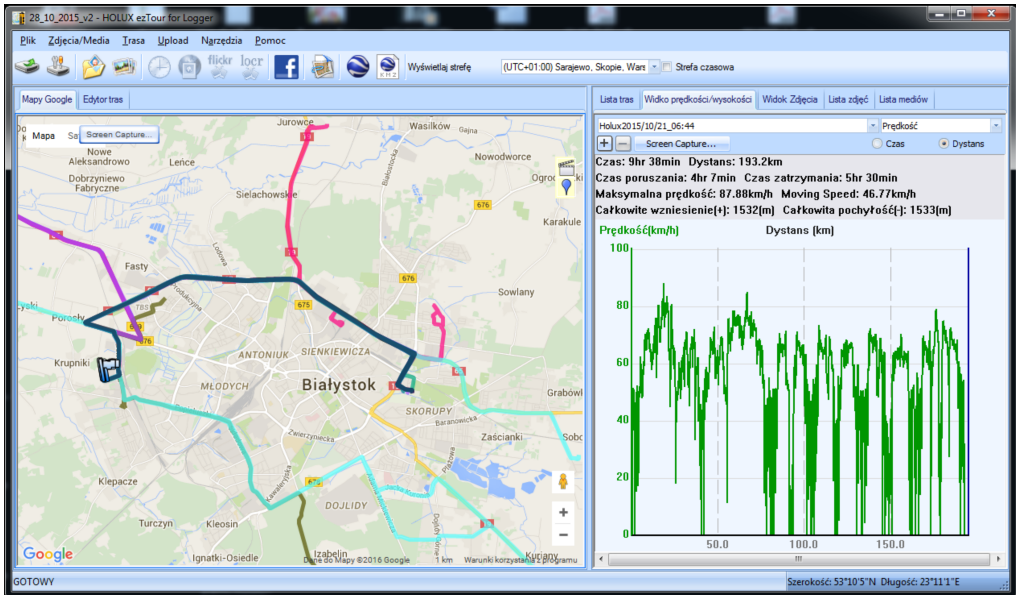
Rys. 9. Widok pojedynczego urządzenia Holux RCV-3000 GPS Logger.  
Źródło: opracowanie własne.

Technicznie pomiar dokonywany był poprzez podłączenie urządzenia do gniazda zapalniczki (znajdującego się w kabinie pojazdu). Takie rozwiązanie pozwoliło śledzić przebieg trasy betonowozu w całej jego dziennej aktywności. Zdarzało się, że betonowozy były eksploatowane nawet po 14 godzin w ciągu doby.

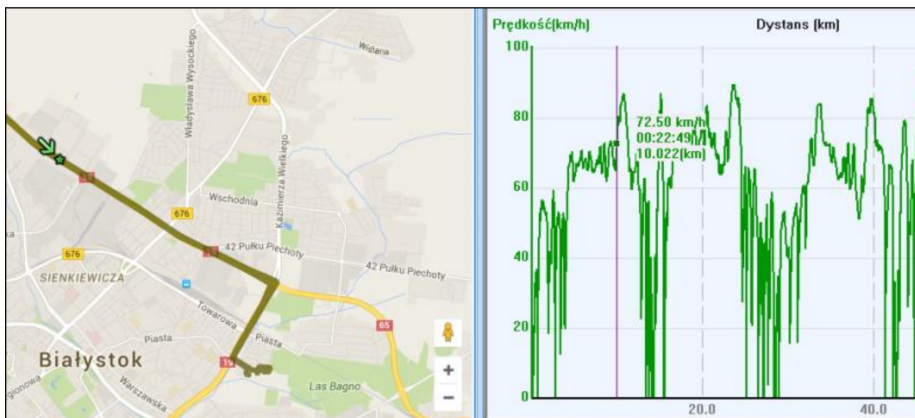
Zastosowane urządzenie GPS Holux RCV-3000 umożliwia zapis do 200 000 współrzędnych GPS: szerokości, długości geograficznej, czasu i wysokości. Dane mogą zostać przeniesione na komputer za pośrednictwem połączenia USB/Bluetooth. Główną zaletą urządzenia jest wbudowany chipset GPS MTK MT3329 o niskim poborze energii. Pamięć Flash 4MB, umożliwia przechowywanie 200 000 współrzędnych uzyskiwanych poprzez przeszukiwanie kanałów z 66 satelitów. Urządzenie charakteryzuje się też dużą czułością, do 165 dBm. Dołączone oprogramowanie ezTour umożliwia zobrazowanie i dokładne prześledzenie trasy na platformie Google Earth. Częstotliwość zapisywania danych może wynosić od 1 do 60 sekund.

Do pomiarów przejazdów betonowozów zastosowano próbkowanie o częstotliwości dwie sekundy. Czasy przejazdów uzyskane na poszczególnych odcinkach tras otrzymano korzystając z oprogramowania ezTour poprzez śledzenie i odczyt (rys. 10).

Oprogramowanie EzTour pozwala prześledzić dokładnie trasę przebytą przez dany betonowóz. Korzystając z okna programu przedstawiającego wykres prędkości i dystansu, po wskazaniu myszką na linię tego wykresu, program podaje położenie na mapie Google oraz moment znajdowania się tam środka transportu (rys. 11). Przedstawienie trasy w postaci prędkości i dystansu pozwala użytkownikowi wykrywać wszystkie skrzyżowania i miejsca postojów pojazdów. Wahania wykresu prędkości informują gdzie betonowóz zwalnia lub zatrzymuje się. Dodatkowo możliwe jest określenie czasu postojów betonowozów na budowie, zarówno czasu oczekiwania na rozładunek, czasu manewrowania jak i czasu rozładunku. Rejestrowany jest każdy stan ruchu pojazdu, jeśli stoi w miejscu, dystans na diagramie nie ulega zmianie a mamy zmianę czasu przy kolejnym punkcie



Rys. 10. Widok okna programu ezTour, z wczytanymi trasami z urządzenia GPS Holux RCV-3000, przedstawionymi na mapach Google Earth (lewa część), oraz wybrany przebieg pojedynczej trasy (prędkość i czas) po prawej stronie. Źródło: opracowanie własne (z programu ezTour).



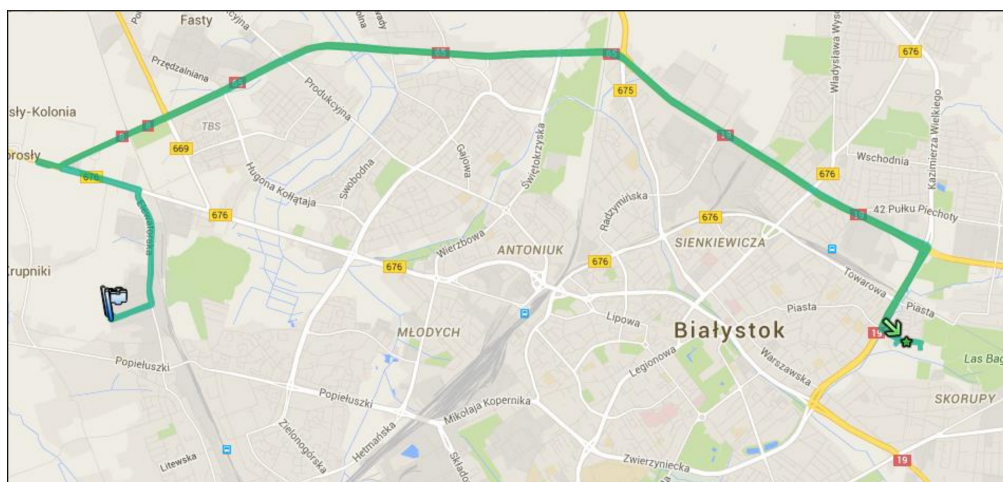
Rys. 11. Zrzut ekranu działającego programu EzTour przedstawiający po lewej stronie zaznaczoną trasę na mapach Google i dokładne położenie betonowozu (strzałka wskazująca gwiazdkę), po prawej na osi pionowej zaznaczono prędkość pojazdu, na osi rzędnych dystans z zaznaczonym pojedynczym punktem wskazanym przez czerwoną pionową linię i wyświetlonymi danymi dotyczącymi tego punktu, takimi jak: chwilowa prędkość (72,50 km/godz), czas pomiaru (00:22:49 – jest on liczony od 0:00:00, aby uzyskać czas dnia trzeba dodać czas początku pomiaru) i przejechany dystans, jaki pokonał pojazd do tego punktu (10.022 km). Źródło: opracowanie własne (z programu ezTour).



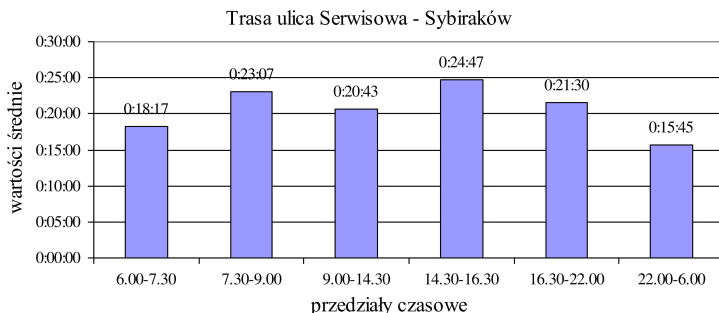
wykresu. Wyznaczenie czasu między punktami grafu, który reprezentuje układ dróg, w programie „MK” odbywa się poprzez określenie czasów przejazdów przez punkty początkowe oraz końcowe danych odcinków i obliczenie różnicy czasowej między tymi punktami.

Pomiary prowadzono w okresie od 17-08-2015 do 11-12-2015 monitorując przemieszczające się betonowozy firmy Rodex. Firma dostarczała w tym czasie beton towarowy na budowy różnej wielkości (małe, średnie, duże). Wytwórnia zlokalizowana jest w części Białegostoku, w której znajduje się największa liczba węzłów betoniarskich i jest dobrym reprezentantem tej grupy przedsiębiorstw.

Badania chronometrażowe przeprowadzono w Białymstoku na trasie od wytwórni betonu towarowego znajdującej się przy ul. Serwisowej do ul. Sybiraków (odbiorcy). Trasę przejazdu przedstawiono na mapie (rys. 12), a wyniki pomiarów czasów przejazdów w poszczególnych okresach dnia na rys. 13.



Rys. 12. Trasa przejazdu betonowozów, na której przeprowadzono badania chronometrażowe.  
Źródło: opracowanie własne z programu ezTour.



Rys. 13. Czasy przejazdu betonowozów w wybranych przedziałach czasowych doby.  
Źródło: opracowanie własne.



Z danych zawartych na rysunku 13 wynika, że różnice w czasach trwania transportu betonu towarowego w poszczególnych porach dnia nie są aż tak duże jak powszechnie się uważa. Ustalono, że najkrótszy czas przejazdu jest w godzinach nocnych:  $22^{00} \div 6^{00}$ . Przyjmując okres dnia od  $6^{00}$  do  $22^{00}$ : najdłuższy czas transportu stwierdzono w przedziale czasowym  $14^{30} \div 16^{30}$ , a najkrótszy w przedziale  $7^{30} \div 9^{00}$ . Różnica względna pomiędzy nimi wynosi 20,5%.

#### 7.4.3. WYZNACZENIE CZASU TRANSPORTU BLISKIEGO

Wyznaczenie czasu trwania transportu bliskiego przeprowadzono metodą szacunkową. Opisane badania dotyczą przypadku, kiedy beton towarowy na budowę został dostarczony betonowozem zaś transport wewnętrzny odbywa się pompą samochodową – co jest bardzo częstym rozwiązaniem stosowanym na współczesnych budowach (Koźniewski i inni, 2003).

Z obserwacji własnych przeprowadzonych na kilku budowach wynika, że istotny wpływ na czas  $t_{\text{roz}}$  (rozładunku, transportu wewnętrznego, układania), przy zastosowaniu betonowozu o tej samej objętości, ma rodzaj betonowanego elementu. Cechy geometryczne charakteryzujące poszczególne typy elementów konstrukcyjnych danego obiektu powodują, że wydajność betonowania tych elementów jest zróżnicowana. W celu wyznaczenia wartości czasu  $t_{\text{roz}}$  w przypadku różnych elementów wprowadzono tzw. współczynnik utrudnienia ( $U_i$ ) w tempie układania mieszanki betonowej. Wyróżniono 6 typów elementów konstrukcyjnych: płyty fundamentowe, ławy fundamentowe, ściany, płyty stropowe, słupy i wieńce. Z uwagi na podobną wydajność betonowania słupów i wieńców rozpatrywano 5 typów. Jako wzorzec normatywny (referencyjny) przyjęto płytę stropową. Współczynnik utrudnienia  $U_i$  określono jako iloraz czasu ( $t_r$ ) betonowania  $1 \text{ m}^3$  elementu referencyjnego (płyty stropowej) i czasu ( $t_i$ ) betonowania  $1 \text{ m}^3$   $i$ -tego elementu ( $i = 1, 2, \dots, 5$ ; przy czym  $t_5 = t_6$  (słupy i wieńce)):

$$U_i = \frac{t_r}{t_i}. \quad (2)$$

Wartości współczynnika, uzyskano na podstawie obserwacji własnych oraz wyników ankiet przeprowadzonych wśród ekspertów. Ekspertami byli kierownicy robót (na 4 budowach) i operatorzy pomp do betonu (6 osób o dużym doświadczeniu w realizacji robót betonowych). Wielkości współczynnika utrudnienia  $U_i$  określono jako średnie z wyrażonych opinii w ankietach. Wiarygodność opinii ekspertów oceniono za pomocą testu  $W$ -Kendalla (z zastosowaniem rangowania ocen, z uwzględnieniem rang wiązanych).

#### 7.4.4. ANALIZA $W$ -KENDALL'A

Ocena ekspertów interesuje nas w następującym aspekcie. Jaki jest stopień korelacji między  $k$  zbiorami ocen (oceny ekspertów) dotyczących  $n$  obiektów (kry-

teriów oceny elementów budowlanych:  $K_1, \dots, K_5$ ). Miarą tej współzależności jest *współczynnik zgodności W-Kendalla*. Współczynnik  $W$  przyjmuje wartości od „0” (brak zgodności) do „1” (całkowita zgodność). Należy podkreślić, że wysoki wynik  $W$  interpretujemy jako fakt zgodności sędziów co do kryteriów, którymi posługiwali się przy ocenianiu danych obiektów. Równocześnie trzeba zauważyć, że wysoka wartość współczynnika  $W$  wcale nie oznacza, że ocena określonych obiektów jest poprawna. Może być tak, że sędziowie posługując się fałszywym kryterium (z punktu widzenia kryterium zewnętrznego) doszli do zgodnych opinii (Brzeziński, 2005).

Analizę najpierw omówimy na przykładach ogólnych.

- Zasady rangowania. Rangowanie polega na przypisaniu uporządkowanemu zbiorowi wyników surowych liczb naturalnych, tzw. rang.

### Przykład 1:

Wyniki są różne: 8, 3, 10, 11, 9 najpierw porządkujemy: 3, 8, 9, 10, 11 i wpisujemy do tabeli 2.

Tabela 2.

Źródło: opracowanie własne.

wyniki	3	8	9	10	11
liczby naturalne					
rangi					

Potem przyporządkowujemy im kolejne liczby naturalne (drugi wiersz w tabeli). Jeśli wyniki są różne, to przyporządkowane liczby są rangami (trzeci wiersz). Otrzymujemy tabelę 3.

Tabela 3.

Źródło: opracowanie własne.

wyniki	3	8	9	10	11
liczby naturalne	1	2	3	4	5
rangi	1	2	3	4	5

W takim przypadku wystarczą dwa wiersze, trzeci jest niepotrzebny. Liczby naturalne są równocześnie rangami.

### Przykład 2:

Niektóre wyniki powtarzają się (tabela 4).

Ustawiamy je niemalejąco lub nierosnąco (zwracamy uwagę na powtarzające się wyniki). W poniższym przykładzie ustawiamy je **nierosnąco (tak zaleca się przy badaniu zgodności ocen ekspertów)** (Brzeziński, 2005)) i wyróżniamy grupy tych ocen (tabela 5).

Tabela 4.

Źródło: opracowanie własne.

oceny	5	4	3	3	3	1	5	2	5	2
-------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Tabela 5.

Źródło: opracowanie własne.

oceny	5	5	5	4	3	3	3	2	2	1
-------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

W drugim wierszu wpisujemy liczby naturalne i wyróżniamy ich grupy według powtarzających się wyników (tabela 6).

Tabela 6.

Źródło: opracowanie własne.

oceny	5	5	5	4	3	3	3	2	2	1
licz. nat.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Dla zgrupowanych zbiorów liczb naturalnych wyznaczamy ich średnie i wpisujemy je zamiast tych liczb w trzecim wierszu. Są to rangi (tabela 7).

Tabela 7.

Źródło: opracowanie własne.

oceny	5	5	5	4	3	3	3	2	2	1
licz. nat.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
rangi	2	2	2	4	6	6	6	8,5	8,5	10

W celu obliczenia współczynnika  $W$  wpisujemy odpowiednie rangi w miejsce pierwotnych wartości.

### Przykład 3:

W tabeli 8 zestawiono wyniki ocen.

Tworzymy tabelę 9 rang.

Sposób tworzenia ostatniego wiersza tabeli zilustrowano w przykładzie 2.

Gdy wyniki oceny powtarzają się tak jak mamy to w przykładach 2 i 3, otrzymujemy tzw. *rangi wiązane*. Dla tych rang wylicza się później tzw. *poprawki* według wzoru (3):

$$T_i = \frac{\sum(t^3 - t)}{12}, \quad (3)$$

gdzie  $t$  oznacza liczbę ocen związanych z tą samą rangą.

Tabela 8.

Wyniki ocen ekspertów. Źródło: opracowanie własne.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
E1	5	5	2	4	1	2	5	3	4	1
E2	5	5	3	2	1	3	4	2	5	2
E3	5	5	3	2	2	3	5	2	4	1
E4	4	5	2	3	1	2	4	3	5	3
E5	5	4	2	3	1	3	5	2	5	2
E6	4	5	1	3	2	2	3	4	5	3
E7	5	5	2	3	1	1	5	2	5	2
E8	5	5	2	4	2	2	3	3	5	1
E9	5	5	2	2	1	2	5	2	4	1
E10	5	4	3	3	3	1	5	2	5	2

Tabela 9.

Tabela rang. Źródło: opracowanie własne.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
E1	2	2	7,5	4,5	9,5	7,5	2	6	4,5	9,5
E2	2	2	5,5	8	10	5,5	4	8	2	8
E3	2	2	5,5	8	8	5,5	2	8	4	10
E4	3,5	1,5	8,5	6	10	8,5	3,5	6	1,5	6
E5	2	4	8	5,5	10	5,5	2	8	2	8
E6	3,5	1,5	10	6	8,5	8,5	6	3,5	1,5	6
E7	2,5	2,5	7	5	9,5	9,5	2,5	7	2,5	7
E8	2	2	8	4	8	8	5,5	5,5	2	10
E9	2	2	6,5	6,5	9,5	6,5	2	6,5	4	9,5
E10	2	4	6	6	6	10	2	8,5	2	8,5

Opiszmy sposób wyznaczania poprawek w ostatnim wierszu:

2 – powtarza się trzy razy, 6 powtarza się trzy razy, 8,5 powtarza się dwa razy. Obliczamy dla 2:  $t = 3$  zatem  $t^3 - t = 3^3 - 3 = 24$ ,

6:  $t = 3$  zatem  $t^3 - t = 3^3 - 3 = 24$ ,

8,5:  $t = 2$  zatem  $t^3 - t = 2^3 - 2 = 6$ .

Zatem

$$T_{E10} = \frac{\sum(t^3 - t)}{12} = \frac{24 + 24 + 6}{12} = \frac{54}{12} = 4,5.$$

Wyniki obliczeń poprawek  $T_{Ei}$  ( $i = 1, 2, \dots, 10$ ) zestawiono w tabeli 10.

Tabela 10.

Wyniki obliczeń poprawek. Źródło: opracowanie własne.

3	2	2	2	24	6	6	6	42	$T_{E1} =$	3,5
3	3	2		24	24	6		54	$T_{E2} =$	4,5
3	3	2		24	24	6		54	$T_{E3} =$	4,5
3	2	2	2	24	6	6	6	42	$T_{E4} =$	3,5
3	3	2		24	24	6		54	$T_{E5} =$	4,5
3	2	2	2	24	6	6	6	42	$T_{E6} =$	3,5
4	3	2		60	24	6		90	$T_{E7} =$	7,5
3	3	2		24	24	6		54	$T_{E8} =$	4,5
4	3	2		60	24	6		90	$T_{E9} =$	7,5
3	3	2		24	24	6		54	$T_{E10} =$	4,5
									Suma	48

### • Sposób obliczania współczynnika $W$

Dla  $k$  ekspertów (sędziów) oceniających  $n$  obiektów obliczamy *współczynnik zgodności*  $W$ :

$$W = \frac{S}{\frac{1}{12}k^2(n^3 - n) - k \sum_{i=1}^k T_i}. \quad (4)$$

Przed przystąpieniem do obliczania współczynnika  $W$  musimy wyznaczyć rangi dla zbiorów ocen poszczególnych sędziów. Dla takich rang wyznaczamy sumę kwadratów różnic  $S$ .

Dalsze obliczenia dotyczące współczynnika  $W$  i jego testu przedstawiono w tabeli 11.

Tabela 11.

Obliczenie średniej rang dla poszczególnych kryteriów (kolumn). Źródło: opracowanie własne.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
E1	2	2	7,5	4,5	9,5	7,5	2	6	4,5	9,5
E2	2	2	5,5	8	10	5,5	4	8	2	8
E3	2	2	5,5	8	8	5,5	2	8	4	10
E4	3,5	1,5	8,5	6	10	8,5	3,5	6	1,5	6
E5	2	4	8	5,5	10	5,5	2	8	2	8
E6	3,5	1,5	10	6	8,5	8,5	6	3,5	1,5	6
E7	2,5	2,5	7	5	9,5	9,5	2,5	7	2,5	7
E8	2	2	8	4	8	8	5,5	5,5	2	10
E9	2	2	6,5	6,5	9,5	6,5	2	6,5	4	9,5
E10	2	4	6	6	6	10	2	8,5	2	8,5
Średnia	2,35	2,35	7,25	5,95	8,9	7,5	3,15	6,7	2,6	8,25

Następnie dla sum wartości w kolumnach tabeli 11 obliczamy średnią  $R$  i wartość (jako sumę kwadratów różnic)  $S$ . Sposób postępowania i wyniki zilustrowano w tabeli 12.

Tabela 12.

Źródło: opracowanie własne.

$R_i$	23,5	23,5	72,5	59,5	89	75	31,5	67	26	82,5	Średnia $R =$	55
$(R_i - R)^2$	992	992	306	20,3	1156	400	552	144	841	756	$S =$	6160,5

Dla danych z tabeli 9, przy uwzględnieniu poprawek z tabeli 10, otrzymujemy  $W = 0,79$ . Statystyka  $\chi^2 = k(n - 1)W$  ma rozkład  $\chi^2$  z  $n - 1$  stopniami swobody i jej wartość dla  $k = 10$ ,  $n = 10$  jest równa  $\chi^2 = 71,1$ . Natomiast wartość krytyczna  $\chi_{kr}^2$  dla poziomu ufności  $\alpha = 0,05$  i 9 stopni swobody ( $10 - 1 = 9$ ) jest równa  $\chi_{kr}^2 = 16,9$ .

Wyrażone opinie ekspertów wykazują wysoką zgodność ( $W = 0,79$ ) przy braku podstaw odrzucenia hipotezy o zgodności ekspertów.

2) Warto dodać, że w przypadku, gdy  $3 \leq k \leq 20$  i  $3 \leq n \leq 7$  istotność współczynnika  $W$  sprawdzamy w specjalnej tablicy (tabela 13). Korzystanie z niej polega na porównaniu liczby  $S_{kr}$  z tabeli 13 ( $S$  krytyczne) dla  $k$  sędziów i  $n$  obiektów ocenianych z obliczoną wartością  $S$  z tablicy rang.

Tabela 13.

(Siegiel i Castellan, 1988). Źródło: opracowanie własne.

$\alpha = 0,05$ $k$	$n$				
	3	4	5	6	7
3			64,4	103,9	157,3
4		49,5	84,4	143,3	217,0
5		62,6	112,3	182,4	276,2
6		75,7	136,1	221,4	335,2
8	48,1	101,7	183,7	299,0	453,1
9	54,0	–	–	–	–
10	60,0	127,8	231,2	376,7	571,0
12	71,9	–	–	–	–
14	83,8	–	–	–	–
15	89,8	192,9	349,8	570,5	864,9
16	95,8	–	–	–	–
18	107,7	–	–	–	–
20	119,7	258,0	468,5	764,4	1158,7

#### Przykład 4:

Eksperci dokonali oceny pokryć dachowych, wyniki ocen za pomocą sześciu kryteriów zestawiono w tabeli 14.

Tabela 14.

Wyniki oceny pokryć dachowych za pomocą sześciu kryteriów. Źródło: opracowanie własne.

	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	$R_i$	$(R_i - R)^2$
$K1 - \text{Koszty ca\l}k.$	5	5	6	3	6	6	5	6	5	6	53	324
$K2 - \text{Robocizna}$	4	2	1	1	4	2	2	3	4	3	26	81
$K3 - \text{Trwa\l}ość$	3	6	3	4	5	4	4	5	6	4	44	81
$K4 - \text{Ciężar}$	1	1	2	2	1	1	1	2	1	2	14	441
$K5 - \text{Estetyka}$	6	4	5	6	3	5	6	4	2	5	46	121
$K6 - \text{Eksploatacja}$	2	3	4	5	2	3	3	1	3	1	27	64
											210	1112

$$R = \frac{\sum_{i=1}^6 R_i}{6} = \frac{210}{6} = 35, \quad S = \sum_{i=1}^6 (R_i - R)^2. \quad (5)$$

Z danych w tabeli 14 według obliczeń (5) otrzymujemy  $S = 1112$ , zaś  $S_{kr}$  z tabeli 12 jest równe  $S_{kr} = 376,7$ . Ponieważ  $S_{kr} \leq S$  nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o zgodności sędziów.

#### 7.4.5. WYZNACZANIE CZASU TRANSPORTU BLISKIEGO (CD.)

Wracamy do rozważań dotyczących układania mieszanki betonowej.

Otrzymane wyniki ocen 10 ekspertów pracujących na budowach zapisano w tabeli 15. Następnie określono rangi i zapisano w tabeli 16.

Tabela 15.

Wyniki ocen 10 ekspertów pracujących na budowach. Źródło: opracowanie własne.

	I	II	III	IV	V
E1	0,8	0,9	1,7	1	2,5
E2	0,7	0,8	1,5	1	3
E3	0,8	0,9	1,9	1	2,1
E4	0,7	0,8	1,8	1	2
E5	0,9	0,7	1,7	1	2,5
E6	0,8	0,8	1,6	1	2,4
E7	0,7	0,9	1,5	1	2,8
E8	0,7	0,8	1,8	1	2,4
E9	0,8	0,8	1,7	1	2,7
E10	0,8	0,7	1,8	1	2,8
Średnia	0,77	0,81	1,7	1	2,52
Średnia $\cong$	0,8	0,8	1,7	1	2,5

Tabela 16.

Rangi ocen 10 ekspertów pracujących na budowach. Źródło: opracowanie własne.

	I	II	IV	III	V
E1	1	2	3	4	5
E2	1	2	3	4	5
E3	1	2	3	4	5
E4	1	2	3	4	5
E5	2	1	3	4	5
E6	1,5	1,5	3	4	5
E7	1	2	3	4	5
E8	1	2	3	4	5
E9	1,5	1,5	3	4	5
E10	2	1	3	4	5
	1,3	1,7	3	4	5
$R = 30$	13	17	30	40	50
$(R_i - R)^2$	289	169	0	100	400

Dla  $k = 10$ ,  $n = 5$  odczytujemy z tabeli 13  $S_{kr} = 231,2$ . Zatem  $S_{kr} \leq S$ . Warto dodać, że wartość współczynnika Kendall'a  $W = 0,96$  jest wysoka. Świadczy to dużej zgodności ekspertów.

W tabeli 17 przedstawiono wartości proponowanych współczynników obliczonych jako wartości średnie z opinii ekspertów z tabeli 15.

Tabela 17.

Wartości współczynników utrudnienia betonowania  $U_i$ . Źródło: opracowanie własne.

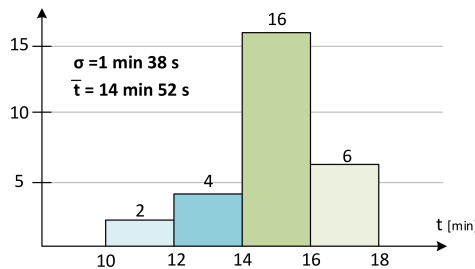
$i$	Nazwa betonowanego elementu	$U_i$
1	Płyta fundamentowa	0,8
2	Ława fundamentowa	0,8
3	Ściany	1,7
4	Płyta stropowa	1,0
5	Słupy	2,5
6	Wieńce	2,5

Znaczny wpływ na  $t_{roz}$ , (a raczej na przerwy w ciągłości betonowania) ma również tzw. czas manewrowania betonowozu  $t_m$ . Według własnych badań czas ten waha się od 3 do około 10 minut. Ostatecznie średni czas rozładunku, transportu i układania mieszanki betonowej podczas betonowania określonego elementu konstrukcyjnego obliczamy ze wzoru:

$$t_{roz} = t_m + t_{ps}U_i, \quad (6)$$

gdzie:  $t_m$  – średni czas manewrowania,  $t_{ps}$  – średni czas rozładunku, transportu i układania mieszanki betonowej w płycie stropowej,  $U_i$  – współczynnik utrudnienia układania mieszanki betonowej, zależny od typu betonowanego elementu.

Na rysunku 14 przedstawiono wyniki pomiarów czasu rozładunku, transportu wewnętrznego i układania mieszanki betonowej podczas betonowania płyty stropowej nad parterem. Grubość płyty wynosiła 27 cm. Podczas tego procesu używany był następujący sprzęt: betonowozy o pojemności  $9 \text{ m}^3$ , pompa (do



Rys. 14. Wyniki badań statystycznych czasu trwania procesu rozładunku betonowozu, transportu wewnętrznego oraz układania mieszanki betonowej. Źródło: opracowanie własne.

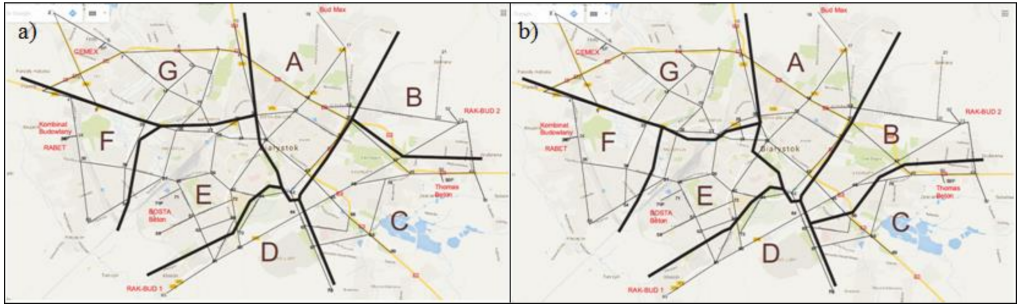


transportu betonu) o wydajności  $90 \text{ m}^3/\text{godz}$ . Podczas układania mieszanki stosowano dwa wibratory wstępne.

Reasumując, czas rozładunku betonowozu (układania mieszanki betonowej) jest zmienny ale „przewidywalny”, możemy określić jego wartość z dużym prawdopodobieństwem (rys. 14).

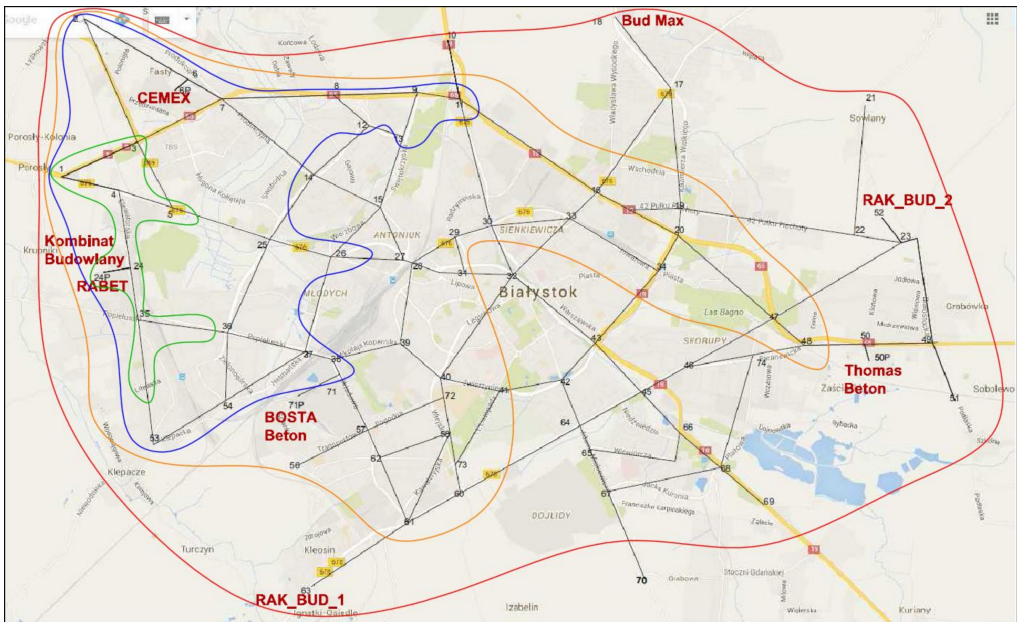
#### 7.4.6. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

- Korzystając z pojęcia diagramu Voronoi w odniesieniu do odległości czasowej oraz kół zasięgu, ustalono tzw. strefy zasięgu obsługi betonowni zlokalizowanych w Białymstoku. Odległość czasowa jest to wielkość, która określa jaką odległość w danym czasie, w danych warunkach otoczenia przebędzie betonowóz. W przypadku aglomeracji miejskich podstawowym czynnikiem charakteryzującym warunki otoczenia jest przedział czasowy (pora dnia), w którym odbywa się transport.
- Na rysunku 8 przedstawiono strefy zasięgu betonowni w dwóch ujęciach: w postaci drzewa grafowego (rys. 8a) oraz w postaci tzw. wykresu radarowego (rys. 8b). Wykresy te dotyczą wytwórni betonu towarowego zlokalizowanej przy ul. Elewatorskiej w Białymstoku w przedziale czasowym dnia  $9^{00} \div 14^{30}$ .
- Na rysunku 8a przedstawiono graf sprowadzony do drzewa rozpinającego o korzeniu w punkcie omawianego węzła betoniarskiego. Liczby znajdujące się na „gałęziach drzewa” odpowiadają numerom wierzchołków grafu bazowego. Każdemu wierzchołkowi przypisany jest konkretny punkt na mapie. Posługując się taką reprezentacją grafu jesteśmy w stanie określić „najszybszą” (najkrótszą czasowo) drogę do każdego węzła grafu.
- Na rysunku 8b przedstawiono graf o punkcie centralnym będącym odpowiednikiem omawianego węzła betoniarskiego z wychodzącymi z niego promieniami do wierzchołków grafu. Liczby na końcach promieni odpowiadają ponumerowanym wierzchołków grafu. Posługując się taką reprezentacją grafu potrafimy szybko znaleźć czasy dojazdów do każdego węzła grafu.
- Na rysunku 15 przedstawiono Diagram Voronoi odniesiony do lokalizacji siedmiu węzłów produkcji betonu towarowego w Białymstoku. Literami A ÷ G oznaczono obszary, w których czas dostarczenia betonu towarowego przez przynależną betonownię (znajdującą się w danym obszarze) jest najkrótszy. A – obszar obsługiwany przez betonownię BUDMAX; B – obszar obsługiwany przez betonownię RAK BUD 2, C – obszar obsługiwany przez betonownię Thomas Beton; D – obszar obsługiwany przez betonownię RAK BUD 1; E – obszar obsługiwany przez betonownię BOSTA Beton; F – obszar obsługiwany przez betonownię Kombinat Budowlany i RABET, G – obszar obsługiwany przez betonownię CEMEX.



Rys. 15. Diagram Voronoi odniesiony do lokalizacji siedmiu węzłów produkcji betonu towarowego w Białymstoku, sporządzony w „metryce” z odległością czasową określoną na grafie skierowanym (odległość w czasie, mierzona w przedziale czasowym: a) w godz. 14.30–16.30; b) 16.30–22.00). Graf oznaczony jest ponumerowanymi wierzchołkami (liczba w prostokącie narysowanym linią kreskową). Źródło: opracowanie własne.

- Na rysunku 16 przedstawiono przykładowe strefy obsługi zasięgu betonowni przy ul. Elewatorskiej w Białymstoku, wyznaczone dla czasów transportu: 5 min (kolor zielony), 10 min (kolor niebieski), 15 min (kolor pomarańczowy), 20 min (kolor czerwony), w porze dnia  $9^{00} \div 14^{30}$ , wyznaczone dla grafu złożonego. Źródło: opracowanie własne.



Rys. 16. Przykładowe strefy obsługi zasięgu betonowni przy ul. Elewatorskiej w Białymstoku, wyznaczone dla czasów transportu: 5 min (kolor zielony), 10 min (kolor niebieski), 15 min (kolor pomarańczowy), 20 min (kolor czerwony), w porze dnia  $9^{00} \div 14^{30}$ , wyznaczone dla grafu złożonego. Źródło: opracowanie własne.

czowy), 20 min (kolor czerwony), w porze dnia  $9^{00} \div 14^{30}$  wyznaczone dla grafu złożonego.

Przedstawiona koncepcja rozwiązania problemu zaopatrzenia budów w beton towarowy ma wiele aspektów aplikacyjnych.

- Adresatem przedstawionych rozwiązań może być węzełbetoniarski. Betonownia może wykorzystać wyniki w celu doskonalenia zarządzania w dyspozytorni; może zmniejszyć lub wyrugować dodatki lub domieszki powodujące opóźnienie wiązania w przypadku, gdy okazuje się że na określonej trasie kierowca betonowozu ma odpowiedni zapas czasowy.
- Zastosowane metody badań mogą posłużyć do monitorowania tras przejazdu betonowozów przy wspomaganiu danymi ze śledzenia ruchu przez Miejskie Centrum Kierowania Ruchem.
- Wyniki badań mogą posłużyć do przeprowadzenia symulacji w celu znalezienia najbardziej korzystnej lokalizacji nowej betonowni.
- Wyniki badań mogą posłużyć do przeprowadzenia symulacji dla potwierdzenia lub odrzucenia celowości lokalizacji nowej betonowni.

## 7.5. BIBLIOGRAFIA

- AHMADI NEJAD MASOULEH, F. (2010). *Constructing Weighted Voronoi Diagrams Using Computer Programs*. <http://www.docstoc.com/search/voronoi-tessellations> (Access: 15-02-2016).
- AHMADI NEJAD MASOULEH, F. (2006). A Geographical Study of School Attendance Areas Using Multiplicatively Weighted Voronoi Diagrams. A Case of Rasht City Iran. *Geographical Review of Japan*, 79, 700–714.
- BAREQUET, G., GOODRICH, M. T., LEVI-STEINER, A., STEINER, D. (2003). *Straight-skeleton Based Contour Interpolation*. Symposium on Discrete Algorithms, Baltimore, Maryland, 119–127.
- DE BERG, M., VAN KREVELD, M., OVERMARS, M., SCHWARZKOPF, O. (2008). *Computational Geometry: Algorithms and Applications*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 147–162.
- BERND, B. R., PRASAD, L., OVERMARS, M., SCHWARZKOPF, O. (2000). *Geometric Morphology of Granular Materials*. CoRR: Computer Vision and Pattern Recognition. 30 Jun 2000.
- BRENNER, C. (2001). *City Models – Automation in Research and Practice*. Photogrametric Week '01. D. Fritsch & R. Spiller, Eds. Wichmann, Wien.
- BRZEZIŃSKI, J. (2005). *Elementy metodologii badań psychologicznych*. PWN, Warszawa.
- DIKAIAKOU, M., EFTHYMIU, A., CHRYSANTHOU, Y. (2003). *Modelling the Walled City of Nicosia*. The 4th International Symposium on Virtual Reality, Archaeology and Intelligent Cultural Heritage.

- DEO, N. (1980). *Teoria grafów i jej zastosowanie w technice i informatyce*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
- DEZA, M.M., DEZA, E. (2009). *Encyclopedia of Distances*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- GROSS, J.L., YELLEN, J. (2005). *Graph Theory and Its Applications*. Chapman and Hall/CRC.
- KOŹNIEWSKI, E. (2006). *Zastosowanie geometrii dachów do wyznaczania linii rozdziału mas ziemnych*. Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej. Budownictwo Lądowe. Tom III (LIX), Nr 602, 215–222.
- KOŹNIEWSKI, E. (2007). *Geometria dachów. Teoria i zastosowanie*. Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, Białystok.
- KOŹNIEWSKI, E., ORŁOWSKI, M. (2011). Obszary efektywnego zasięgu betonowni. *Budownictwo i Inżynieria Środowiska*, Vol. 2, no. 4, 531–540.
- LAYCOCK, R.G., DAY, A.M. (2003). *Automatically Generating Large Urban Environments Based on the Footprints Data of Buildings*. The 8th Solid Modelling Symposium, Seattle, USA.
- LAWLOR, O.S. (2004). *Impostor for Parallel Interactive Computer Graphics*. Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy in Computer Science in the Graduate College of the University of Illinois at Urbana-Champaign.
- ORŁOWSKI, Z., ORŁOWSKI, M. (2014). Zarządzanie ryzykiem łańcucha dostaw betonu towarowego. *Logistyka*, nr 6, 8178–8186.
- SIEGIEL, S., CASTELLAN, N.J. (1988). *Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences*, McGraw-Hill, NY 1, 286 p.
- SOBOTKA, A. (2010). *Logistyka przedsiębiorstw i przedsięwzięć budowlanych*. Wyd. AGH, Kraków.